



## Instruções

1- Você está recebendo o seguinte material:

a) este caderno com o enunciado das 30 (trinta) **questões objetivas**, das 6 (seis) **questões discursivas** específicas para cada área, das quais você deverá responder a 5 (cinco), à sua escolha, da mesma área, e das questões relativas às suas **impressões sobre a prova**, assim distribuídas:

Partes	N <sup>os</sup> das Questões	N <sup>os</sup> das pp. neste Caderno	Valor de cada parte
A - Objetiva	1 a 30	3 a 5	50%
B - Discursiva específica de BACHARELADO	1 a 6	6 e 7	50%
C - Discursiva específica de LICENCIATURA	7 a 12	8 a 10	50%
Impressões sobre a prova	31 a 41	11	—

b) O1 Caderno de Respostas em cuja capa existe, na parte inferior, um CARTÃO destinado às respostas das **questões objetivas** e de **impressões sobre a prova**. O desenvolvimento e as respostas das **questões discursivas** deverão ser feitos a caneta esferográfica de tinta preta e dispostos nos espaços especificados nas páginas do Caderno de Respostas.

2 - Verifique se este material está em ordem e se o seu nome no CARTÃO-RESPOSTA está correto. Caso contrário, notifique **IMEDIATAMENTE** a um dos Responsáveis pela sala.

3 - Após a conferência do seu nome no CARTÃO-RESPOSTA, você deverá assiná-lo no espaço próprio, utilizando caneta esferográfica de tinta preta, e imediatamente após deverá assinalar, também no espaço próprio, o número correspondente a sua prova (①, ②, ③ ou ④). Deixar de assinalar esse número implica anulação da parte objetiva da prova.

4 - No **CARTÃO-RESPOSTA**, a marcação das letras correspondentes às respostas assinaladas por você para as questões objetivas (apenas uma resposta por questão) deve ser feita cobrindo a letra e preenchendo todo o espaço compreendido pelo círculo que a envolve com um traço contínuo e denso, a **lápiz preto nº 2** ou a **caneta esferográfica de tinta preta**. A **LEITORA ÓTICA** é sensível a marcas escuras, portanto, preencha os campos de marcação completamente, sem deixar claros.

Exemplo:      ①      ②      ③      ●      ⑤

5 - Tenha cuidado com o **CARTÃO-RESPOSTA**, para não o **DOBRAR, AMASSAR ou MANCHAR**. Este CARTÃO **SOMENTE** poderá ser substituído caso esteja danificado em suas margens-superior e/ou inferior - **BARRA DE RECONHECIMENTO PARA LEITURA ÓTICA**.

6 - Você **PODE** usar **calculadora e régua**; entretanto **NÃO** é permitida a consulta a material bibliográfico, cadernos ou anotações de qualquer espécie.

7 - Quando terminar, entregue a um dos Responsáveis pela sala o **CARTÃO-RESPOSTA** grampeado ao Caderno de Respostas e assine a Lista de Presença. Cabe esclarecer que nenhum graduando deverá retirar-se da sala **antes** de decorridos **90 (noventa) minutos** do início do Exame.

8 - Você **pode** levar este **CADERNO DE QUESTÕES**.

**OBS.: Caso ainda não o tenha feito, entregue ao Responsável pela sala o cartão com as respostas ao questionário-pesquisa e as eventuais correções dos seus dados cadastrais. Se não tiver trazido as respostas ao questionário-pesquisa, você poderá enviá-las diretamente à DAES/INEP (Esplanada dos Ministérios, Bloco L - Anexo II - Brasília, DF - CEP 70047-900).**

9 - **VOCÊ TERÁ 04 (QUATRO) HORAS PARA RESPONDER ÀS QUESTÕES OBJETIVAS, ABERTAS E DE IMPRESSÕES SOBRE A PROVA.**

**OBRIGADO PELA PARTICIPAÇÃO!**

PROVA

1

**CADERNO  
DE  
QUESTÕES**

**MATEMÁTICA**



## PARTE A – QUESTÕES OBJETIVAS

ANTES DE MARCAR SUAS RESPOSTAS, ASSINALE, NO ESPAÇO PRÓPRIO DO CARTÃO-RESPOSTA, O NÚMERO DO SEU GABARITO.

**1**

O resto da divisão do inteiro  $N$  por 20 é 8. Qual é o resto da divisão de  $N$  por 5?

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

**2**

Se  $g(x) = f(x) + 1$  para todo  $x$  real, o gráfico de  $y = g(x)$  pode ser obtido a partir do gráfico de  $y = f(x)$  por meio da

- (A) translação de uma unidade para a esquerda.  
(B) translação de uma unidade para a direita.  
(C) translação de uma unidade para cima.  
(D) translação de uma unidade para baixo.  
(E) simetria em relação à reta  $x = 1$ .

**3**

No texto a seguir, há uma argumentação e uma conclusão.

"Como  $\frac{1}{3} = 0,333\dots$ , multiplicando ambos os membros por 3 encontramos  $1 = 0,999\dots$ . Portanto,  $0,999\dots = 1$ ."

Assim, podemos afirmar que

- (A) a conclusão está incorreta, pois  $0,999\dots < 1$ .  
(B) a argumentação está incorreta, pois  $\frac{1}{3}$  não é igual a  $0,333\dots$ .  
(C) a argumentação está incorreta, pois  $3 \times 0,333\dots$  não é igual a  $0,999\dots$ .  
(D) a argumentação e a conclusão estão incorretas.  
(E) a argumentação e a conclusão estão corretas.

**4**

Um quadrado  $Q$  está contido no plano  $P$ . Quantas retas de  $P$  são eixos de simetria de  $Q$ ?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 6

**5**

$g$  é uma função real derivável em todos os pontos de  $\mathbf{R}$ . O valor de

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \text{ é:}$$

- (A) 0      (B) 1      (C)  $g'(x)$       (D)  $-g'(x)$       (E)  $\infty$

**6**

Qual é o menor valor do natural  $n$  que torna  $n!$  divisível por 1 000?

- (A) 10      (B) 15      (C) 20      (D) 30      (E) 100

**7**

Em certo país, as cédulas são de \$4 e \$7. Com elas, é possível pagar, sem troco, qualquer quantia inteira

- (A) a partir de \$11, inclusive.  
(B) a partir de \$18, inclusive.  
(C) ímpar, a partir de \$7, inclusive.  
(D) que seja \$1 maior que um múltiplo de \$3.  
(E) que seja \$1 menor que um múltiplo de \$5.

**8**

$A$  e  $B$  são matrizes reais  $n \times n$ , sendo  $n \geq 2$ , e  $\alpha$ , um número real. A respeito dos determinantes dessas matrizes, é correto afirmar que

- (A)  $\det(AB) = \det A \cdot \det B$   
(B)  $\det(A+B) = \det A + \det B$   
(C)  $\det(\alpha A) = \alpha \cdot \det A$   
(D)  $\det(A) \geq 0$ , se todos os elementos de  $A$  forem positivos.  
(E) se  $\det A = 0$  então  $A$  possui duas linhas ou colunas iguais.

**9**

As circunferências  $C_1$  e  $C_2$  estão contidas no plano  $P$ . Seus raios são 3 e 4, respectivamente, e a distância entre seus centros é 7. Quantas são as retas de  $P$  que tangenciam  $C_1$  e  $C_2$ ?

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

**10**

Se  $ABC$  é um triângulo equilátero e  $M$  é o ponto médio do lado  $BC$ , então

- (A)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$   
(B)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$   
(C)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$   
(D)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$   
(E)  $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CM}$

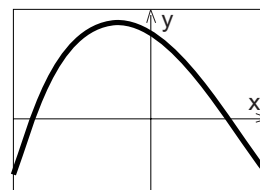
**11**

Como você, outras 14 000 pessoas, aproximadamente, estão realizando esta prova de Matemática. Entre as apresentadas abaixo, a melhor estimativa da quantidade dessas pessoas que estão aniversariando hoje é

- (A) 23      (B) 38      (C) 55      (D) 100      (E) 140

**12**

Abaixo encontra-se o gráfico de um polinômio do 3º grau com coeficientes reais, feito por meio de um programa de computador.



A partir desse gráfico, pode-se concluir que

- (A) a derivada do polinômio tem 2 raízes reais distintas.  
(B) o coeficiente de  $x^3$  é negativo.  
(C) o polinômio tem uma raiz real dupla.  
(D) o limite do polinômio para  $x$  tendendo a  $\infty$  é  $-\infty$ .  
(E) o limite da derivada do polinômio para  $x$  tendendo a  $\infty$  é  $-\infty$ .

**13**

A margem de erro em uma pesquisa eleitoral é inversamente proporcional à raiz quadrada do tamanho da amostra. Se, em uma pesquisa com 3 600 eleitores, a margem de erro é de 2%, em uma pesquisa com 1 600 eleitores será de

- (A) 2,5%      (B) 2,75%      (C) 2,82%      (D) 3%      (E) 3,125%

14

Uma partícula se movimenta sobre um plano de modo que sua posição no instante  $t$  é  $x = t + t^2$ ,  $y = t - t^2$ . O módulo de seu vetor velocidade no instante  $t=1$  é igual a

- (A) 4 (B)  $\sqrt{10}$  (C) 3 (D) 2 (E)  $\sqrt{2}$

15

O menor natural  $n > 1$  para o qual  $\sin \frac{n\pi}{7} = \sin \frac{\pi}{7}$  é

- (A) 15 (B) 14 (C) 8 (D) 7 (E) 6

16

Considere o plano de equação  $2x + y + z = 7$  e a reta de equações paramétricas  $x = 1 + 2t$ ,  $y = 2 - t$ ,  $z = 3 - 3t$ . Essa reta

- (A) está contida no plano.  
(B) não tem ponto comum com o plano.  
(C) é perpendicular ao plano.  
(D) forma com o plano um ângulo de  $30^\circ$ .  
(E) forma com o plano um ângulo de  $45^\circ$ .

17

Selecionamos ao acaso duas das arestas de um cubo. Qual é a probabilidade de elas serem paralelas?

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{3}{11}$  (E)  $\frac{5}{12}$

18

A área da região  $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq y \leq e^{-2x}, x \geq 0\}$  vale

- (A)  $2e$  (B)  $e$  (C) 2 (D) 1 (E)  $1/2$

19

A equação do plano tangente ao cone  $x^2 + y^2 = z^2$  no ponto  $(3, 4, -5)$  é

- (A)  $3x + 4y + 5z = 0$   
(B)  $3x + 4y - 5z = 50$   
(C)  $x + y + z = 2$   
(D)  $x + y - z = 12$   
(E)  $x + y - z = 0$

20

Os planos  $x = y$ ,  $y = z$  e  $x = z$

- (A) não têm ponto comum.  
(B) têm apenas um ponto comum.  
(C) têm uma reta comum.  
(D) são coincidentes.  
(E) são perpendiculares dois a dois.

21

$F$  é uma função real derivável em todos os pontos de  $\mathbf{R}$  e  $G$  é a função definida por  $G(x) = F(1-2x)$ . A derivada  $G'(1)$  é igual a

- (A)  $-2F'(-1)$   
(B)  $-F'(-1)$   
(C)  $F'(-1)$   
(D)  $-2F'(1)$   
(E)  $-F'(1)$

22

Quantos pontos de coordenadas inteiras há no segmento de reta

$$y = \frac{7}{6}x, \quad 0 \leq x \leq 100?$$

- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

23

O lugar geométrico dos pontos  $z$  do plano complexo tais que a parte real de  $z^2$  é igual a 1 é:

- (A) um ponto.  
(B) um semiplano.  
(C) uma reta.  
(D) uma circunferência.  
(E) uma hipérbole.

24

O anel dos inteiros módulo  $p$ ,  $\mathbb{Z}_p$ , é um corpo se e somente se

- (A)  $p$  é ímpar.  
(B)  $p$  é par.  
(C)  $p$  é primo.  
(D)  $p$  é primo e ímpar.  
(E)  $p$  é quadrado perfeito.

**25**

$P(x)$  é um polinômio do 4º grau, de coeficientes reais, e  $r$  é um número real tal que  $P(r) = 0$  e  $P(x) > 0$  para todo  $x$  real diferente de  $r$ . Pode-se concluir que  $r$  é raiz

- (A) simples de  $P(x)$ .
- (B) dupla de  $P(x)$ .
- (C) dupla ou tripla de  $P(x)$ .
- (D) dupla ou quádrupla de  $P(x)$ .
- (E) quádrupla de  $P(x)$ .

**26**

O conjunto das soluções reais da inequação  $2x + 3 - (x + 1) \leq x + 4$  é

- (A)  $\emptyset$
- (B)  $(-\infty, 2)$
- (C)  $(-\infty, 2]$
- (D)  $(-\infty, 4]$
- (E)  $\mathbb{R}$

**27**

Numa eleição, há 7 candidatos e 100 eleitores, cada um dos quais vota em um só candidato. Durante a apuração um candidato soube que já havia atingido 27 votos. A melhor colocação já assegurada a este candidato é o

- (A) 2º lugar.
- (B) 3º lugar.
- (C) 4º lugar.
- (D) 5º lugar.
- (E) 6º lugar.

**28**

O valor de  $k$  para o qual o vetor  $(2x + xy, kx^2 + y)$  é o gradiente de alguma função  $V: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  é

- (A) 0
- (B)  $1/2$
- (C) 1
- (D) 2
- (E) 4

**29**

$A$  é um subconjunto de  $\mathbb{R}$  e  $s$  é um número real. Por definição, " $s$  é o supremo de  $A$ " significa que

- (A)  $s$  é o maior dos elementos de  $A$ .
- (B)  $s$  pertence a  $A$  e todos os elementos de  $A$  são menores que ou iguais a  $s$ .
- (C) todos os elementos de  $A$  são menores que ou iguais a  $s$ .
- (D) todos os elementos de  $A$  são menores que ou iguais a  $s$  e não existe número real menor que  $s$  com essa propriedade.
- (E) todos os elementos de  $A$  são menores que  $s$  e não existe número real menor que  $s$  com essa propriedade.

**30**

Os egípcios usavam apenas frações de numerador igual a 1, e

também a fração  $\frac{2}{3}$ . Assim, por exemplo, a fração  $\frac{7}{12}$  era por

eles representada  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ .

Para representar  $\frac{5}{6}$  como uma soma de frações distintas com numerado-

res iguais a 1, necessita-se de, no mínimo, quantas frações?

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6

## PARTE B – QUESTÕES DISCURSIVAS ESPECÍFICAS PARA OS FORMANDOS DE BACHARELADO

A seguir são apresentadas 6 (seis) questões das quais você deverá responder a apenas 5 (cinco), à sua escolha. Você deve indicar as questões escolhidas nos locais apropriados do Caderno de Respostas. Se você responder a todas as questões, serão corrigidas apenas as 5 (cinco) primeiras.

**1**

Sejam  $g$  e  $h$  funções deriváveis de  $\mathbf{R}$  em  $\mathbf{R}$  tais que  $g'(x) = h(x)$ ,  $h'(x) = g(x)$ ,  $g(0) = 0$  e  $h(0) = 1$ .

- a) Calcule a derivada de  $h^2(x) - g^2(x)$ . (valor: 10,0 pontos)
- b) Mostre que  $h^2(x) - g^2(x) = 1$ , para todo  $x$  em  $\mathbf{R}$ . (valor: 10,0 pontos)

**2**

Em um espaço métrico  $M$ , com distância  $d$ , a bola aberta de raio  $r > 0$  e centro  $p \in M$  é o conjunto  $B_r(p) = \{x \in M \mid d(x, p) < r\}$ . Por definição, um conjunto  $A \subset M$  é aberto se para qualquer ponto  $p \in A$  existir  $\varepsilon > 0$  tal que  $B_\varepsilon(p) \subset A$ .

- a) Mostre que a união de uma família qualquer de conjuntos abertos é um conjunto aberto. (valor: 5,0 pontos)
- b) Mostre que a interseção de uma família finita não vazia de conjuntos abertos é um conjunto aberto. (valor: 10,0 pontos)
- c) Em  $\mathbf{R}$ , com a métrica usual, o conjunto  $\{0\}$  não é aberto. Dê exemplo de uma família infinita de conjuntos abertos de  $\mathbf{R}$  cuja interseção seja  $\{0\}$ . (valor: 5,0 pontos)

**3**

Seja  $A$  uma matriz quadrada de ordem  $n$ .

- a) Defina autovalor de  $A$ . (valor: 5,0 pontos)
- b) Se  $\lambda$  é um autovalor de  $A$ , mostre que  $2\lambda$  é um autovalor de  $2A$ . (valor: 5,0 pontos)
- c) Se  $\lambda$  é um autovalor de  $A$ , mostre que  $\lambda^2$  é um autovalor de  $A^2$ . (valor: 10,0 pontos)

**4**

O complexo  $w$  é tal que a equação  $z^2 - wz + (1 - i) = 0$  admite  $1 + i$  como raiz.

- a) Determine  $w$ . (valor: 5,0 pontos)
- b) Determine a outra raiz da equação. (valor: 5,0 pontos)
- c) Calcule a integral  $\int_{\gamma} \frac{dz}{z^2 - wz + (1 - i)}$ , sendo  $\gamma$  a circunferência descrita parametricamente por  $\gamma(t) = \frac{1}{2} \cos t + i \left( \frac{1}{2} \sin t - 1 \right)$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ . (valor: 10,0 pontos)

**5**

A série de potências a seguir define, no seu intervalo de convergência, uma função  $g$ ,  $g(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n} + \dots$

- a) Determine o raio de convergência  $r$  da série. Justifique. (valor: 5,0 pontos)
- b) Expresse  $g'(x)$  como soma de uma série de potências, para  $|x| < r$ . (valor: 5,0 pontos)
- c) Expresse  $g'(x)$ , para  $|x| < r$ , em termos de funções elementares (polinomiais, trigonométricas, logarítmicas, exponenciais). (valor: 5,0 pontos)
- d) Expresse  $g(x)$ , para  $|x| < r$ , em termos de funções elementares. (valor: 5,0 pontos)

**6**

Uma fonte de luz localizada no ponto  $L = (0, -1, 0)$  ilumina a superfície dada, parametricamente, por  $P(u, v) = (u + v, u^2, v)$ .

- a) Calcule o vetor normal à superfície,  $\vec{N}(u, v)$ , de forma que para  $u = v = 0$  esse vetor seja  $(0, -1, 0)$ . (valor: 5,0 pontos)
- b) Trabalhando com os vetores  $\vec{N}$  e  $L - P$ , dê uma condição sobre  $u$  e  $v$  a fim de que o ponto  $P(u, v)$  seja iluminado pela luz em  $L$ . (valor: 15,0 pontos)

## PARTE C – QUESTÕES DISCURSIVAS ESPECÍFICAS PARA OS FORMANDOS DE LICENCIATURA

A seguir são apresentadas 6 (seis) questões das quais você deverá responder a apenas 5 (cinco), à sua escolha. Você deve indicar as questões escolhidas nos locais apropriados do Caderno de Respostas. Se você responder a todas as questões, serão corrigidas apenas as 5 (cinco) primeiras.

**7**

Os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) recomendam a utilização de modelos matemáticos para a representação de situações reais da vida cotidiana, permitindo ao aluno desenvolver uma atitude de investigação durante o processo de aprendizagem. Para introduzir o conceito de função afim, a partir de um contexto real, foi proposta a seguinte questão:

*Um estacionamento cobra R\$2,40 na entrada e mais R\$0,60 a cada meia hora.  
Que estratégias poderíamos desenvolver para prever quanto pagaríamos ao final de um período de  $t$  minutos de estacionamento?*

Organizada a tabela a seguir, sugeriu-se o uso de um sistema de coordenadas para representar graficamente esses dados em papel quadriculado.

Tempo $t$ (minutos)	30	60	90	120
Preço cobrado (R\$)	3,00	3,60	4,20	4,80

Marcados os pontos, pediu-se aos alunos que os ligassem para obter uma reta.

- a) Mostre que esses pontos são, efetivamente, colineares, determinando a equação da reta que os contém. **(valor: 5,0 pontos)**
- b) Utilizando o gráfico obtido, determine quanto seria pago por 40 minutos de estacionamento. **(valor: 5,0 pontos)**
- c) Na vida real, a cobrança é feita apenas por períodos de meia hora, cobrando-se como período inteiro a fração inferior a um período. Assim, por 40 minutos de estacionamento cobrar-se-ia o mesmo que por 60 minutos, R\$3,60. Faça um gráfico mostrando o valor cobrado, em situações reais, em função do tempo. **(valor: 5,0 pontos)**
- d) Discuta o pedido de “ligar” os pontos correspondentes aos dados tabelados. **(valor: 5,0 pontos)**

**8**

Um número racional é um número real que pode ser representado como o quociente de dois inteiros  $\frac{a}{b}$  sendo  $b \neq 0$ . Esse assunto, em geral, é transmitido aos alunos sem qualquer justificativa. A fim de desenvolver espírito crítico, você pretende mostrar aos seus alunos que qualquer número racional tem uma representação decimal que é finita ou é uma dízima periódica, como por exemplo:  $\frac{124}{11} = 11,272727 \dots$  porque

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 124} \\ \underline{11} \phantom{0} \\ 14 \phantom{0} \\ \underline{11} \phantom{0} \\ 30 \phantom{0} \\ \underline{22} \phantom{0} \\ 80 \phantom{0} \\ \underline{77} \phantom{0} \\ 3 \phantom{0} \end{array}$$

Além disso, você quer mostrar também que um número com uma dessas representações decimais é racional. Com esse objetivo,

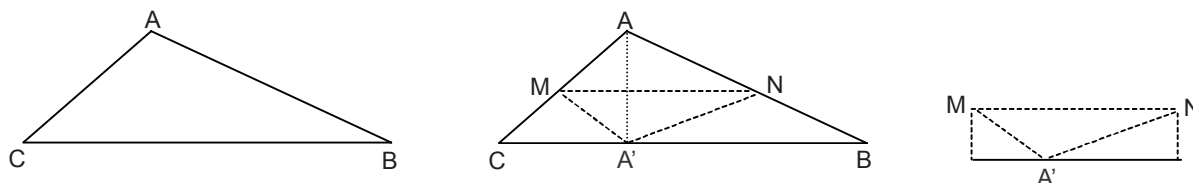
- a) demonstre que a representação decimal de um número racional ou é finita ou é uma dízima periódica; **(valor: 10,0 pontos)**
- b) descreva um processo que possa ser apresentado a um aluno da 7ª série, que não seja a aplicação imediata de uma fórmula, que permita obter números inteiros  $a$  e  $b$ ,  $b \neq 0$ , tais que  $\frac{a}{b} = 17,6424242 \dots$ ; **(valor: 5,0 pontos)**
- c) indique uma alternativa ao processo anterior que utilize tópico de programa do ensino médio. **(valor: 5,0 pontos)**



## 9

Utilizamos com frequência no ensino de Geometria recortes ou dobraduras para ilustrar ou explorar as propriedades geométricas das figuras planas. Por exemplo, dado um triângulo isósceles, se o dobrarmos ao meio ao longo do segmento com extremos no ponto médio de sua base e no vértice oposto a ela, dividi-lo-emos em dois triângulos congruentes.

- a) Qual é o teorema de congruência que justifica esse fato? (valor: 5,0 pontos)
- b) Use esse teorema para provar que os dois triângulos obtidos são congruentes. (valor: 5,0 pontos)
- c) Uma dobradura bem conhecida é utilizada para verificar que a soma das medidas dos ângulos de um triângulo qualquer é  $180^\circ$ : dobramos inicialmente o triângulo pelos pontos médios de seus dois menores lados e, em seguida, juntamos os dois vértices restantes, conforme a figura.



Supondo que você já demonstrou para seus alunos que a dobra por MN leva o ponto A no ponto A' em BC e que os triângulos AMN e A'MN são congruentes, conclua a prova de que a soma das medidas dos ângulos de um triângulo é  $180^\circ$ . (valor: 5,0 pontos)

- d) Compare o papel da demonstração apresentada no item c com o do uso de material concreto no ensino da Geometria. (valor: 5,0 pontos)

## 10

Um problema aparentemente simples é o da apuração de uma eleição de governantes em democracias. Entretanto, uma análise mais detalhada mostra o quão complicado é o problema, que mereceu a atenção de ilustres cientistas, como Arrow (que ganhou um Prêmio Nobel de Economia), Condorcet e Borda. Entre outros, destacamos os seguintes princípios:

**Princípio da Maioria:** Em uma eleição, se houver um candidato que mereça a preferência de mais da metade dos eleitores, tal candidato deve ser o ganhador da eleição.

**Princípio de Condorcet:** Se, em um processo eleitoral, os eleitores comparam os candidatos dois a dois, um candidato que vença todas as comparações dois a dois com os outros candidatos deve ser eleito.

As eleições são feitas geralmente pelo chamado **método plural**: o candidato preferido pelo maior número de eleitores vence.

No Brasil, usamos o **método do segundo turno**: se nenhum candidato obtiver mais da metade das preferências, faz-se nova eleição à qual concorrem apenas os dois candidatos mais votados.

- a) Um candidato que satisfaça o **Princípio da Maioria** vencerá necessariamente a eleição pelo **método plural**? (valor: 4,0 pontos)
- b) Um candidato que vence uma eleição pelo **método plural** satisfaz necessariamente o **Princípio da Maioria**? (valor: 4,0 pontos)

Em uma pesquisa, com 100 eleitores e 5 candidatos, **A**, **B**, **C**, **D** e **E**, pediu-se aos eleitores que colocassem os candidatos em ordem de preferência. Apurados os votos, apenas três ordens foram encontradas. Essas ordens, bem como a quantidade de votos de cada uma, encontram-se descritas a seguir.

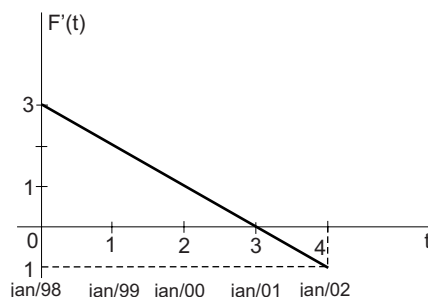
- . 49 eleitores colocaram os candidatos na ordem **ABCDE** (**A**, o preferido);
- . 48 eleitores colocaram os candidatos na ordem **BEDCA** (**B**, o preferido);
- . 3 eleitores colocaram os candidatos na ordem **CBDEA** (**C**, o preferido).

De acordo com os dados acima, responda, justificando suas respostas, às perguntas a seguir.

- c) Quem venceria a eleição pelo **método plural**? (valor: 4,0 pontos)
- d) Quem venceria a eleição pelo **método do segundo turno**? (valor: 4,0 pontos)
- e) Que candidato satisfaz o **Princípio de Condorcet**? (valor: 4,0 pontos)

# 11

A figura a seguir representa o gráfico da taxa de variação  $F'(t)$  da quantidade de água  $F(t)$  estocada nos reservatórios de certa região durante um período de 4 anos.



De acordo com esse gráfico, responda às questões abaixo, justificando suas respostas.

a) Em que período a quantidade foi crescente? (valor: 10,0 pontos)

b) Ao final do período de 4 anos, a quantidade estocada era maior ou menor que a quantidade inicial? (valor: 10,0 pontos)

# 12

Sejam  $A$  e  $B$  conjuntos não vazios e  $f: A \rightarrow B$  uma função.

a) O que significa dizer que “ $f$  é injetiva”? (valor: 5,0 pontos)

b) Seja  $f: \{1, 2\} \rightarrow \{3, 4, 5\}$  definida por  $f(1) = 3$  e  $f(2) = 4$ . Determine uma função  $g: \{3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2\}$  tal que a composta  $g \circ f: \{1, 2\} \rightarrow \{1, 2\}$  seja a função identidade do conjunto  $\{1, 2\}$ , isto é, a função  $I: \{1, 2\} \rightarrow \{1, 2\}$  tal que  $I(x) = x$  para todo  $x \in \{1, 2\}$ . (valor: 5,0 pontos)

c) No caso geral de conjuntos  $A$  e  $B$  não vazios, prove que, se existem  $f: A \rightarrow B$  e  $g: B \rightarrow A$  tais que  $g \circ f$  é a função identidade do conjunto  $A$ , então  $f$  é injetiva. (valor: 5,0 pontos)

d) Reciprocamente, prove que, se  $f: A \rightarrow B$  é injetiva, então existe  $g: B \rightarrow A$  tal que  $g \circ f$  é a função identidade do conjunto  $A$ . (valor: 5,0 pontos)

## IMPRESSÕES SOBRE A PROVA

As questões abaixo visam a levantar sua opinião sobre a qualidade e a adequação da prova que você acabou de realizar e também sobre o seu desempenho na prova.

Assinale as alternativas correspondentes à sua opinião e à razão que explica o seu desempenho nos espaços próprios (parte inferior) do Cartão-Resposta.

Agradecemos sua colaboração.

**31**

Qual o ano de conclusão deste seu curso de graduação?

- (A) 2002.
- (B) 2001.
- (C) 2000.
- (D) 1999.
- (E) Outro.

**32**

Qual o grau de dificuldade desta prova?

- (A) Muito fácil.
- (B) Fácil.
- (C) Médio.
- (D) Difícil.
- (E) Muito difícil.

**33**

Quanto à extensão, como você considera a prova?

- (A) Muito longa.
- (B) Longa.
- (C) Adequada.
- (D) Curta.
- (E) Muito curta.

**34**

Para você, como foi o tempo destinado à resolução da prova?

- (A) Excessivo.
- (B) Pouco mais que suficiente.
- (C) Suficiente.
- (D) Quase suficiente.
- (E) Insuficiente.

**35**

A que horas você concluiu a prova?

- (A) Antes das 14.30 horas.
- (B) Aproximadamente às 14.30 horas.
- (C) Entre 14.30 e 15.30 horas.
- (D) Entre 15.30 e 16.30 horas.
- (E) Entre 16.30 e 17 horas.

**36**

As questões da prova apresentam enunciados claros e objetivos?

- (A) Sim, todas apresentam.
- (B) Sim, a maioria apresenta.
- (C) Sim, mas apenas cerca de metade apresenta.
- (D) Não, poucas apresentam.
- (E) Não, nenhuma apresenta.

**37**

Como você considera as informações fornecidas em cada questão para a sua resolução?

- (A) Sempre excessivas.
- (B) Sempre suficientes.
- (C) Suficientes na maioria das vezes.
- (D) Suficientes somente em alguns casos.
- (E) Sempre insuficientes.

**38**

Como você avalia a adequação da prova aos conteúdos definidos para o Provão/2002 desse curso?

- (A) Totalmente adequada.
- (B) Medianamente adequada.
- (C) Pouco adequada.
- (D) Totalmente inadequada.
- (E) Desconheço os conteúdos definidos para o Provão/2002.

**39**

Como você avalia a adequação da prova para verificar as habilidades que deveriam ter sido desenvolvidas durante o curso, conforme definido para o Provão/2002?

- (A) Plenamente adequada.
- (B) Medianamente adequada.
- (C) Pouco adequada.
- (D) Totalmente inadequada.
- (E) Desconheço as habilidades definidas para o Provão/2002.

**40**

Com que tipo de problema você se deparou *mais freqüentemente* ao responder a esta prova?

- (A) Desconhecimento do conteúdo.
- (B) Forma de abordagem do conteúdo diferente daquela a que estou habituado.
- (C) Falta de motivação para fazer a prova.
- (D) Espaço insuficiente para responder às questões.
- (E) Não tive qualquer tipo de dificuldade para responder à prova.

**41**

Como você explicaria o seu desempenho nas questões objetivas da prova?

- (A) Não estudei durante o curso a maioria desses conteúdos.
- (B) Estudei somente alguns desses conteúdos durante o curso, mas não os aprendi bem.
- (C) Estudei a maioria desses conteúdos há muito tempo e já os esqueci.
- (D) Estudei muitos desses conteúdos durante o curso, mas nem todos aprendi bem.
- (E) Estudei e conheço bem todos esses conteúdos.