

Algoritmi e Strutture Dati

25 Gennaio 2016

Cognome Nome Matricola

Note

1. La leggibilità è un prerequisito: parti difficili da leggere potranno essere ignorate.
2. Quando si presenta un algoritmo è fondamentale spiegare l'idea sottostante il suo funzionamento e motivarne la correttezza.

Domande

Domanda A (5 punti) Risolvere la ricorrenza

$$T(n) = \begin{cases} 3 & \text{se } n = 0 \\ T(n-1) + 2 & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

utilizzando il metodo di sostituzione per determinare una soluzione esatta (non asintotica).

Domanda B (5 punti) Indicare il codice prefisso ottenuto utilizzando l'algoritmo di Huffman per l'alfabeto $\{a, b, c, d, e, f, g\}$, supponendo che ogni simbolo appaia con le seguenti frequenze.

a	b	c	d	e	f	g
5	9	3	3	1	1	6

Spiegare il processo di costruzione del codice.

Domanda C (6 punti) Realizzare una funzione $pred(x)$ che dato in input un nodo x , di un albero binario di ricerca T , restituisce il predecessore di x (oppure nil, se il predecessore non esiste). Come a lezione, supporre che ogni nodo abbia i campi $x.left$, $x.right$, $x.p$, $x.key$.

Esercizi

Esercizio 1 (8 punti) Un nodo x di un albero binario T si dice *fair* se la somma delle chiavi nel cammino che conduce dalla radice dell'albero al nodo x (escluso) coincide con la somma delle chiavi nel sottoalbero di radice x (con x incluso). Realizzare un algoritmo ricorsivo $printFair(T)$ che dato un albero T stampa tutti i suoi nodi fair. Supporre che ogni nodo abbia i campi $x.left$, $x.right$, $x.p$, $x.key$. Valutare la complessità dell'algoritmo.

Esercizio 2 (9 punti) Si ricordi che data una sequenza $X = x_1 \dots x_k$, si indica con X_i il prefisso $x_1 \dots x_i$. Una sottosequenza di X è $x_{i_1} \dots x_{i_h}$ con $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_h \leq k$, ovvero è una sequenza ottenuta da X eliminando alcuni elementi. Quando Y è sottosequenza di X si scrive $Y \sqsubseteq X$.

Realizzare un algoritmo che, date due sequenze $X = x_1 \dots x_k$ e $Y = y_1 \dots y_h$ determina una *shortest common supersequence* (SCS) ovvero una sequenza Z , di lunghezza minima, tale che $X \sqsubseteq Z$ e $Y \sqsubseteq Z$. Ad esempio per $X = abf$ e $Y = afgj$ una SCS è $abfgj$.

- i. Dare una caratterizzazione ricorsiva della lunghezza $l_{i,j}$ di una SCS di X_i e Y_j e dedurne un algoritmo;
- ii. trasformare l'algoritmo in modo che fornisca una SCS di X e Y ;
- iii. valutare la complessità dell'algoritmo.