

Algoritmi e Strutture Dati

16 Settembre 2015

Cognome Nome Matricola

Note

1. La leggibilità è un prerequisito: parti difficili da leggere potranno essere ignorate.
2. Quando si presenta un algoritmo è fondamentale spiegare l'idea sottostante il suo funzionamento e motivarne la correttezza.

Domande

Domanda A (5 punti) Risolvere la ricorrenza $T(n) = T(n-2) + 2n$ utilizzando il metodo di sostituzione per dimostrare un limite asintotico stretto.

Domanda B (5 punti) Si consideri una tabella hash di dimensione $m = 8$, e indirizzamento aperto con doppio hash basato sulle funzioni $h_1(k) = k \bmod m$ e $h_2(k) = 1 + k \bmod (m-2)$. Si descriva in dettaglio come avviene l'inserimento della sequenza di chiavi: 12, 3, 22, 14, 38.

Domanda C (5 punti) Scrivere una funzione $sndmin(A)$ che dato in input un array A organizzato a min-heap, restituisce il successore della radice, ovvero il minimo elemento dello heap maggiore della radice. Se un tale elemento non esiste genera un errore. Assumere che A sia non vuoto e gli elementi in A siano tutti distinti.

Esercizi

Esercizio 1 (9 punti) Progettare una struttura dati per la gestione di un insieme dinamico di interi, con operazioni

- $New(S)$ crea un insieme vuoto;
- $Ins(S, x)$ inserisce l'elemento x nell'insieme S ;
- $Half(S)$ cancella da S i $\lceil |S|/2 \rceil$ elementi più piccoli.

Si richiede che una qualsiasi sequenza di n operazioni venga eseguita in tempo $O(n \log n)$.

- i. Specificare le strutture dati di supporto utile e lo pseudo-codice delle operazioni suddette (questo può ridursi ad una chiamata di un'operazione della struttura scelta).
- ii. Dimostrare, mediante un'analisi ammortizzata della complessità, che una sequenza di n operazioni costa $O(n \log n)$.

Esercizio 2 (9 punti) L'ufficio postale offre un servizio di ritiro pacchi in sede su prenotazione. Il destinatario, avvisato della presenza del pacco, deve comunicare l'orario preciso al quale si recherà allo sportello. Sapendo che gli impiegati dedicano a questa mansione turni di un'ora, con inizio in un momento qualsiasi, si chiede di scrivere un algoritmo che individui l'insieme minimo di turni di un'ora sufficienti a soddisfare tutte le richieste. Più in dettaglio, data una sequenza $\vec{r} = r_1, \dots, r_n$ di richieste, dove r_i è l'orario della i -ma prenotazione, si vuole determinare una sequenza di turni $\vec{t} = t_1, \dots, t_k$, con t_j orario di inizio del j -mo turno, che abbia dimensione minima e tale che i turni coprano tutte le richieste.

- i. Formalizzare la nozione di soluzione per il problema e il relativo costo. Mostrare che vale la proprietà della sottostruttura ottima e individuare una scelta che gode della proprietà della scelta greedy.
- ii. Sulla base della scelta greedy individuata al passo precedente, fornire un algoritmo greedy `time(R, n)` che dato in input l'array delle richieste `r[1..n]` restituisce una soluzione ottima.
- iii. Valutare la complessità dell'algoritmo.