

# Algoritmi e Strutture Dati

## 3 Settembre 2015

Cognome ..... Nome ..... Matricola .....

### Note

1. La leggibilità è un prerequisito: parti difficili da leggere potranno essere ignorate.
2. Quando si presenta un algoritmo è fondamentale spiegare l'idea sottostante il suo funzionamento e motivarne la correttezza.

## Domande

**Domanda A** (5 punti) Risolvere la ricorrenza  $T(n) = 4T(n/2) + n^2\sqrt{n}$  utilizzando il master theorem.

**Domanda B** (5 punti) Dare la definizione di B-albero. Qual è la massima altezza di un B-albero con grado minimo  $t$  contenente  $n$  chiavi? Motivare le risposte.

**Domanda C** (5 punti) Scrivere una funzione  $complete(T)$  che dato in input un albero binario verifica se è completo (ovvero ogni nodo interno ha due figli e tutte le foglie hanno la stessa distanza dalla radice).

## Esercizi

**Esercizio 1** (9 punti) Scrivere una procedura di tipo divide et impera *over* che dato un array di interi distinti  $A[1..n]$ , ordinato in modo crescente, e un intero  $x$  restituisce l'indice del più piccolo elemento in  $A$  strettamente maggiore di  $x$ . Se nessun elemento di  $A$  soddisfa la condizione, si restituisca  $n + 1$ . Valutare la complessità dell'algoritmo.

**Esercizio 2** (9 punti) Sia data un'espressione  $E = x_1 \ op_1 \ x_2 \ op_2 \ \dots \ x_{n-1} \ op_{n-1} \ x_n$ , con  $n \geq 2$ , dove ogni  $x_i$  è un intero positivo e  $op_i \in \{+, *\}$  di somma o di moltiplicazione (dati). Utilizzando la programmazione dinamica si determini una parentetizzazione dell'espressione che rende il valore dell'espressione minimo. Ad esempio, l'input  $7 + 10 * 2$  può essere parentetizzato come  $((7 + 10) * 2) = 34$  oppure come  $(7 + (10 * 2)) = 27$ . In questo caso, la parentetizzazione desiderata è quindi la seconda. Più precisamente:

- i. dare una caratterizzazione ricorsiva del valore minimo  $v_{i,j}$  prodotto da una parentetizzazione della sottoespressione  $x_i \ op_i \ \dots \ op_{j-1} \ x_j$  ;
- ii. tradurre tale definizione in un algoritmo (bottom up o top down con memoization) che determina il valore minimo;
- iii. trasformare l'algoritmo in modo che permetta anche di stampare l'espressione;
- iv. valutare la complessità dell'algoritmo.